



TITLE:

圧縮性LESを用いたエアリード楽器
の発音機構の数値解析 (数値解析と
数値計算アルゴリズムの最近の展
開)

AUTHOR(S):

高橋, 公也; 宮本, 真孝; 伊藤, 泰典; 高見, 利也; 小林,
泰三; 西田, 晃; 青柳, 睦

CITATION:

高橋, 公也 ...[et al]. 圧縮性LESを用いたエアリード楽器の発音機構の数
値解析 (数値解析と数値計算アルゴリズムの最近の展開). 数理解析研究
所講究録 2010, 1719: 26-36

ISSUE DATE:

2010-11

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/170364>

RIGHT:

圧縮性 LES を用いたエアリード楽器の発音機構の数値解析 Numerical study on sounding mechanism of air-reed instruments

九州工業大学大学院 情報工学研究院 高橋公也 (Kin'ya Takahashi)*

九州工業大学大学院 情報システム専攻 宮本真孝 (Masataka Miyamoto)*

九州工業大学 情報工学部 伊藤泰典 (Yasunori Ito)*

九州大学 情報基盤研究開発センター 高見利也 (Toshiya Takami), 小林泰三 (Taizo Kobayashi),
西田晃 (Akira Nishida), 青柳睦 (Mutsumi Aoyagi)**

* Physics Laboratories, Kyushu Institute of Technology

** Research Institute for Information Technology, Kyushu University

1 はじめに

この報告では、エアリード楽器 (例えば、フルート、リコーダー、パイプオルガン (一部のパイプを除く)) の数値解析を実行する上での問題点について議論を行う。エアリード楽器は、エッジトーンと呼ばれる流体音を音源とする楽器で、その発音機構の解析は、古くからの音楽音響分野の課題であり、現在でも完全には理解されていない [1, 2, 3].

音源となるエッジトーンは、エッジに衝突してほぼ周期的に振動するジェットから発生する音で、楽器では管体の歌口部分で作り出される (図 1) [2, 3, 4]. しかし、エッジトーンの解析だけでは、明確な音程を持つ楽器の発振音を理解することはできない。楽器の明確な音程は、共鳴管体によって作り出される。実際、管体内部の音圧は共鳴により 140~160dB と極めて高くなり、その高い音圧は、エッジトーンを作り出すジェットの運動を共鳴管体の周波数へと同期させ周期的に変動させる [1, 2, 3]. この過程を詳しく理解するためには、流体と音の相互作用の問題を取り扱う必要がある [1, 3, 5, 6]. したがって、数値的な解析を行う場合には、航空機や高速列車等の流体騒音の問題でのように、流れと音を分離して解く連成解析的な手法は有効とは言えず [7], 圧縮流体を音場も含めた状態で数値的に解くことが要求される。

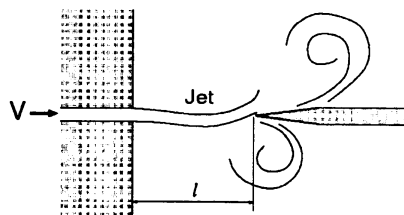


図 1: エッジに衝突して振動するジェット

我々の研究の最終目標は、エアリード楽器の数値解析を通して、どのように音源となる流体から音波が発生し、結果として管体内に発生した音波はどのように音源となる流体の運動に影響を与えるか等の流れと音の相互作用の問題を解析し、エアリード楽器の発音に関連した動力学的機構を

明らかにすることである。まず最初にやるべき事は、流れと音を同時に数値的に解き、エアリード楽器の発振が再現可能かを確かめることである。

これまでの研究で [8, 9, 10, 11], 我々は、圧縮性 LES (Large-Eddy Simulation) を用いて図 2 に示すような二次元小型エアリード楽器モデルの数値解析を行い、楽器の理論解析や実験から予想される発振特性の再現に成功している。LES を用いたのは、精度は多少犠牲にするが、長時間の解析に対し安定しているからである [7]。具体的に解析に用いた数値スキームは、OpenCFD 社が開発した OpenFOAM の圧縮 LES ソルバー (oneEgeddy) である [12]。

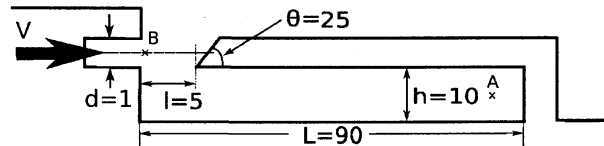


図 2: 小型エアリード楽器のモデル (長さの単位は mm, 角度の単位は度)

この小論では、小型エアリード楽器の数値解析の結果の概要を報告するだけでなく、OpenFOAM にある他の圧縮流体ソルバー (LES, レイノルズ平均モデル (RANS)) との比較を行った結果を簡単に紹介し、なぜ LES 等の乱流の微細構造を統計的な仮定のもとで近似する数値モデルでエアリード楽器の解析が出来るかについて検討する。数値解析の妥当性をより厳密に検討するのであれば、他の数値計算法 (直接計算法 (DNS), 有限要素法, 格子ボルツマン法等) との比較も行う必要があるが、現在、我々が直接扱えるのが、OpenFOAM に備えられたソルバーに限られているので、話題をそれらのソルバーに限定する。したがって、発展途上の研究の途中成果報告と思って読んでいただければ幸いである。

2 開口端反射

圧縮流体のソルバーを用いて、音波も含めた流体现象のシミュレーションを行うとき、最も問題になるのは音波がどの程度再現されているかである。普通、音波の位相速度は流体の流速に比べ速いので、流体の解析に特化したソルバーでは、音波の伝搬が巧く再現されない可能性があるからである。特に、パイプの開口端反射は、音波の再現性の良い指標になると考えられる。矢川らのグループは、節点処理型有限要素法であるフリーメッシュ法を用いて三次元エッジトーンの発振の再現には成功したが [3, 13], パイプの開口端反射を再現することは不成功に終わったために [3], パイプ共鳴に必要なエアリード楽器の解析には着手していない。一方、格子ボルツマン法では、不完全ではあるが閉管のエアリード楽器の発振のシミュレーションに成功した報告がある [3, 14]。さらに、極めて精密な設定のもとで、軸対称パイプの開口端反射をほぼ完全に再現した報告もある [15]。

我々は、エアリード楽器の解析をする前に、二次元パイプモデルではあるが、圧縮性 LES で開口端反射が再現できるか確認した。図 3 に数値解析の結果を示す。横軸はパイプに沿った距離を表し、開口端は 1.0m の位置にある。開口端に向けて半値幅が 10.0cm のガウスパルスを送り込んだときの反射波の時間変化を、管径が (a) 1.0cm, (b) 2.0cm の場合で調べた。どちらの場合も開口端で正の圧力が負の圧力に変化し戻って来る様子をよく再現している。二次元の場合には、放射インピーダンスの理論式がないので理論との正確な比較は行っていないが、入射パルスの 80~90% 以上が反射しているので、開口端反射をほぼ正確に再現していると考えられる。

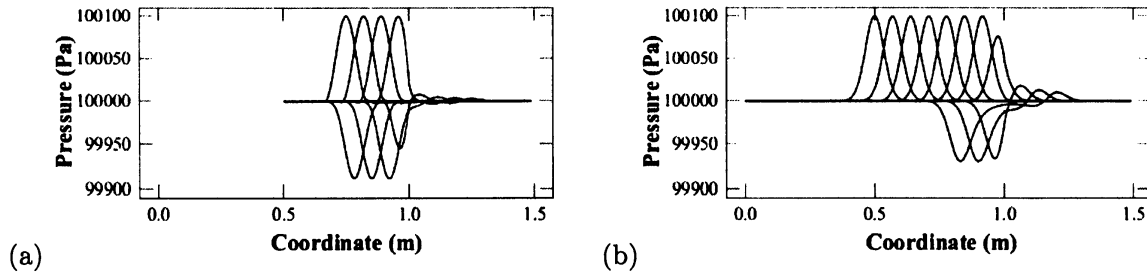


図 3: 開口端反射の再現 (時間刻み: $\Delta t = 1.0 \times 10^{-7}$ s). (a) 管径 1.0cm. (b) 管径 2.0cm.

3 モデルと計算方法

エアリード楽器の解析には、流体の運動とそれから発する音波を同時に解析する必要がある。流体の運動ではその流速は高々数十 m/s であるが、音波の位相速度は約 340m/s と一桁大きい。位相速度が大きな音波の再現には、一般の流体のシミュレーションに比べてより小さな時間刻みが必要である。一方で、音波の波長は 1 万 Hz においても 34mm 程度であるのに対し、流体運動で発生する渦のスケールはそれよりも遥かに小さい。したがって、流体の細部の構造を正確に再現するには、音波の解析に使われるメッシュよりもより細かなメッシュが要求される。

そこで、メッシュ数と計算時間を節約するために、楽器のサイズをできるだけ小さくし、図 2 に示すような二次元の数値モデルを考える。三次元の等価なものを考えると、 z 方向は一様な厚みを持ち摩擦のない壁で仕切られたものである。

楽器の管体の長さは 9mm とかなり短いですが、楽器先端が閉じられた閉管構造をしているので、最低次の共鳴周波数は 913.1Hz となり一般の音楽の演奏で使われる範囲の周波数である。エッジ角度は 25° に固定した。予備的な数値計算で、このエッジ角で最も安定に発振が見られたからである。実際、この程度のエッジ角度を持つエアリード楽器は存在する。

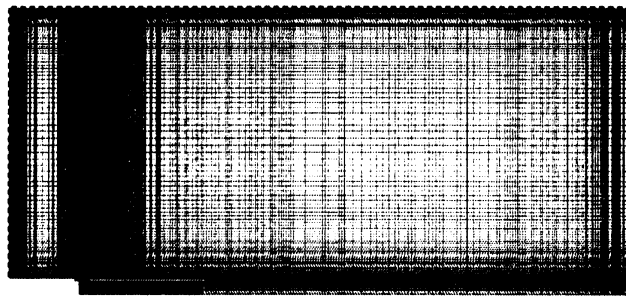


図 4: 解析に用いたメッシュ(点線部分が透過壁)

数値解析に用いる LES 法では、他の解析法に比べ比較的粗いメッシュを使い、メッシュよりも大きな渦等の流体構造に対しては直接解析し、メッシュよりも小さな渦には SGS(サブグリッドスケール) モデルと呼ばれる統計的な平均化処理を用いて近似する [7, 16]. そのため、他の方法に

表 1: メッシュのパラメーター

points	faces	cells
158,762	78,492	314,856

比べ壁 (特に, エッジ) 近傍の流れの再現には精度上の問題があるとされるが, 一方で, 極めて数値的に安定でステップ数が増える長時間の計算には向いている. 我々の数値計算では, 0.1s の長さの計算を行うが, 音波の位相速度の速さを考慮して, 時間刻みを $\Delta t = 1.0 \times 10^{-7} \text{s}$ と取るために実質的に長時間シミュレーションである.

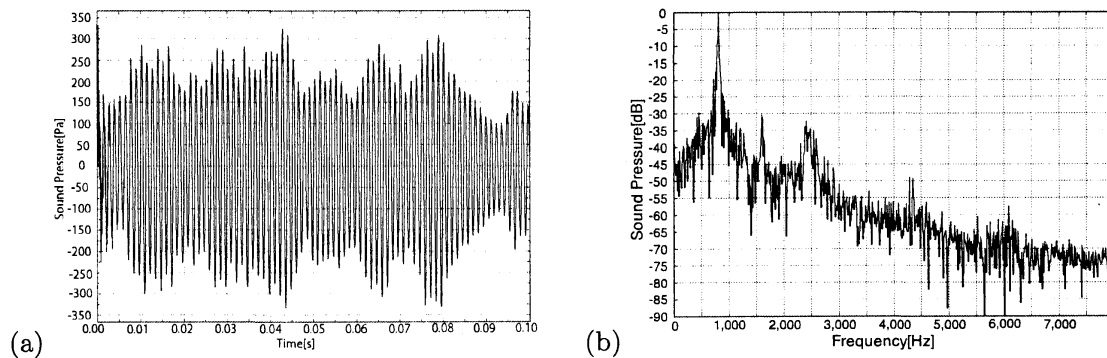
解析に用いた主な数値スキームは, OpenCFD 社が開発した OpenFOAM の圧縮 LES ソルバー (oneEqeddy) である [12]. メッシュは, 図 4 に示すように長さにして楽器の 5, 6 倍のものを用意した. 破線で示した左右と上部の壁は透過壁に設定し, それ以外の壁は固定壁である. メッシュの詳しいパラメーターを表 1 に示す.

音圧 (大気圧からの圧力変位) と密度揺らぎの観測点は, 図 2 に示した点 **A** である. この点は, 管体内部にあり右側の管壁から 10mm で管体の中心軸上にある. 実際の演奏音は楽器の外部で聞けるが, 楽器の内部の方が安定した音圧波形が得られるので観測点を楽器内部に選んだ.

4 数値解析の結果

a) 定常発振状態

ノズルからのジェットの流速を $V = 12 \text{m/s}$ とした時, 最も安定に発振した. 図 5(a), (b) は, その時の観測点 **A** における音圧の時間変化とそのパワースペクトルである. 図 5(a) に示す音圧波形では, ゆっくりとした振幅変動が見られ完全には周期的ではないが, 音圧の大きさは数百 Pa 程度とかなり大きく, 共鳴発振状態にあると考えられる. 図 5(b) のパワースペクトルを見ると, 明確な基音のピークが 818Hz にある. この値は管体の最低次の共鳴周波数 913.1Hz よりも小さいが, あとで述べるようにジェットの流速を少し上昇させると共鳴周波数に近づいていく.

図 5: 観測点 **A** における音圧 (a) 音圧の時間変化 (b) パワースペクトル

定常発振状態における密度と流速の空間分布を図 6(a), (b) に示す. 図 6(a) に示すように, 定常発振状態では, 管体内の密度揺らぎは外部に比べて極めて高くなり, 周期的に正負の値を取る. これは, 管体内部で強い共鳴発振が起きていることを示している. 図 6(b) に示す速度分布では,

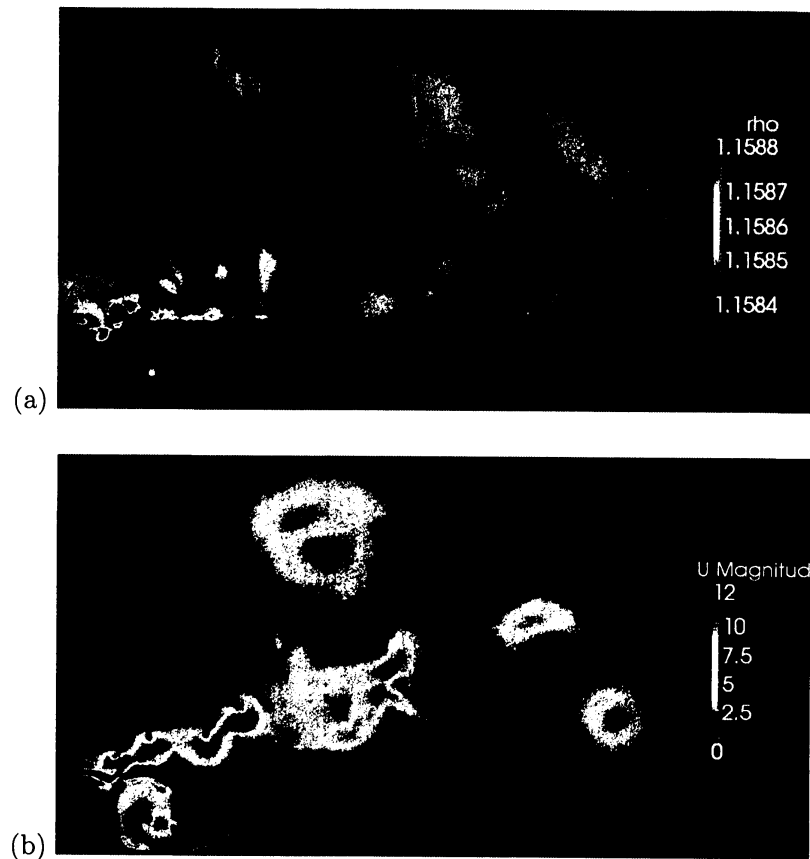


図 6: 発振状態のスナップショット (a) 音圧分布 (b) 流速分布

振動するジェットがエッジに衝突することで作られた渦が管体の外部と内部に流れ込んでいく様子が見られる。管体の外部の渦は、管体の外壁に沿って流れより広い領域に拡散していく。これに対し、管体内部の渦は、管体の開口部の近くに局在し熱対流で見られるようなローターを作り、管体の奥深くまで広がることはない。したがって、少なくとも管体の右側 2/3 程度の領域では、流体的な運動はほぼなくなり、音場が支配的になる。

b) ジェットの流速と発振周波数

前節で見たように、ジェットの流速が $V = 12\text{m/s}$ の場合には、ジェットの振動が管体の最低次の共鳴周波数に同期し強い発振が起きた。この節では、ジェットの流速をパラメーターとして変化させたときの発振周波数の変化を調べ、管体の共鳴周波数への同期が流速のどの範囲で起きているかを明らかにする。

図 7 に、ジェットの流速と発振周波数の関係を示す。発振周波数は、音圧の周波数スペクトルのピークから判定したものである。この図には、比較のために、管体の管長から予測される基音と 3 倍高調波の周波数および次式で与えられる Brown がエッジトーンの実験から求めたジェットの流速と発振周波数の関係も描いている [4]。

$$\nu = 0.466j(100V - 40)(1/(100l) - 0.07), \quad (1)$$

ここで、 V はジェットの流速、 l はノズルとエッジの距離、 j は波の次数を決めるパラメータで

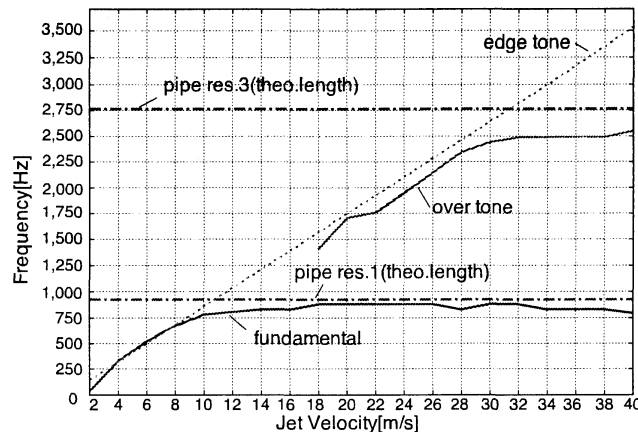


図 7: ジェットの流速と発振周波数の関係

$j = 1.0, 2.3, 3.8, 5.4$ となる。ここでは、 $l = 5\text{mm}$, $j = 1$ とした。

図 7 に見られるように、基音のピークは、ジェットの流速の全領域 ($2 \leq V \leq 40\text{m/s}$) で現れる。しかし、 $2 \leq V \leq 8\text{m/s}$ の領域では、Brown の式 ((1) 式) に沿ってほぼ線形に増加する。この領域では、ジェットの振動は管体の共鳴振動数に同期せず、そのため、音波の発振がエッジトーンによって支配されている。一方、 $V \geq 10\text{m/s}$ では、周波数の増加は徐々に頭打ちになり、管体の基音の共鳴周波数 (913.1Hz) に漸近していく。特に、 $V \geq 14\text{m/s}$ では、基音のピークは管体の共鳴周波数を持つと考えてよい。この状態では、ジェットの振動が管内の共鳴周波数と同期し、強い音波の発振が起きている。

これに対し、倍音のピークは $V \geq 18\text{m/s}$ で現れる。 $18 \leq V \leq 28\text{m/s}$ の範囲では、周波数はエッジトーンに沿って増加するが、 $V \geq 30\text{m/s}$ では、徐々に一定値に漸近していく。しかし、基音の場合と異なり、その値は 3 高調波の理論値 2739.3Hz に比べ 200Hz 以上小さい。それに関わらず、 $V \geq 24\text{m/s}$ では、倍音のピークの方が基音のピークより大きい。したがって、この領域では、ほぼ 3 倍高調波の発振が起きていると考えてよい。

図 7 で見られる発振特性は、エアリード楽器の実験結果や実験をもとに作られた半経験理論による予測と定性的に、また、ほぼ定量的に一致する [1, 2, 9, 10]。したがって、圧縮性の LES を用いてエアリード楽器のシミュレーションが可能であると言える。

c) 他のソルバーとの比較

OpenFOAM には、oneEqeddy 以外にも数種類の圧縮性 LES のソルバーが用意されている。また、LES の他にも圧縮性 RANS のソルバーも用意されている。ここでは主に他の LES ソルバーとの比較を行う。メッシュと時間刻みは oneEqeddy と同じに取る。

図 8 に、4 つの LES ソルバー (oneEqeddy, Smagorinsky, dynOneEqEddy, lowReOneEqEddy) で計算した、 $V = 12\text{m/s}$ の時の 0.02s までの圧力の時間変化を示す。どのソルバーも短い過渡状態の後、定常的な発振に移行する。過渡状態の波形はソルバーによらずほぼ同じ波形が見られる。定常状態では、振幅の大きさが若干異なるがオーダーが異なるほどの違いではない。また、振動の周期はほぼ同じである。事実、図 9 に示すように、周波数スペクトルの基音のピークは完全に一致する。ジェットの流速と発振周波数の関係を調べると、他の 3 つのソルバー (Smagorinsky, dynOneEqEddy, lowReOneEqEddy) でも、図 7 とほぼ同じ発振特性が得られる。したがって、圧縮性 LES を用いた場合には、スキームの詳細によらずエアリード楽器の発振を再現することが可

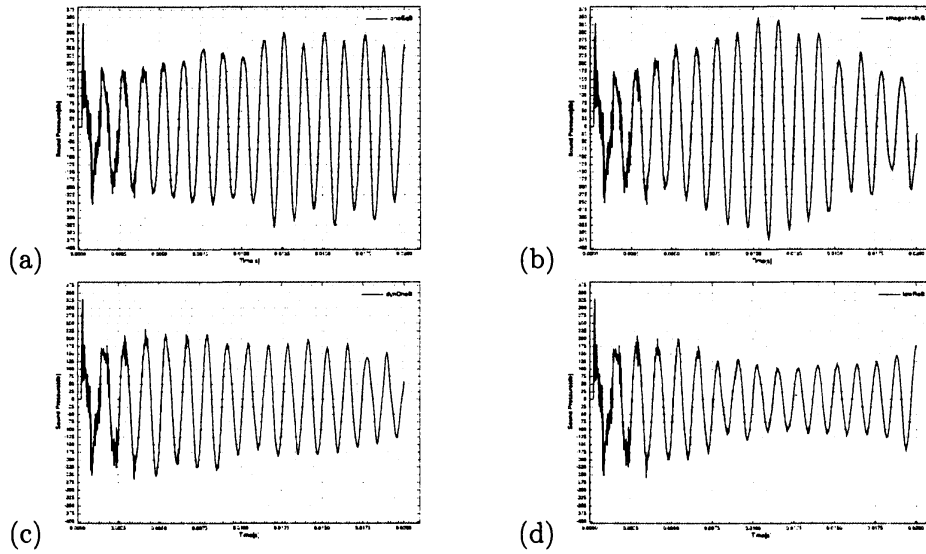


図 8: 他の LES ソルバーとの音圧の比較. (a) oneEqeddy. (b) Smagorinsky. (c) dynOneEddy. (d) lowReOneEqEddy.

能であることが分かった。

OpenFOAM に用意されている RANS のソルバーでは、透過壁の境界条件の設定に問題があるために極めて短い時間のシミュレーションしか出来ない。具体的な結果は示さないが、簡単にその結果を述べる。取り扱うのは、標準的な $k-\epsilon$ モデルと $k-\omega$ SST モデルである。元々、 $k-\epsilon$ モデルは、壁面近くの取り扱いに問題があるが、 $k-\omega$ SST モデルは、その問題を取り除くために開発されたハイブリットモデルで、壁面近くでは $k-\omega$ モデルを用い、壁面から離れた場所では $k-\epsilon$ モデルを用いる。

メッシュと時間刻みを LES の場合と同じに設定して数値計算を行った結果、 $k-\epsilon$ モデルではノズルから出るジェット振動がまったく再現されなかった。これは、 $k-\epsilon$ モデルが不得意とするノズルの出口やエッジ近傍の流れが巧く再現できなかったためと考えられる。一方、 $k-\omega$ SST モデルでは、発振の初期の状態に限られるが、定性的にも定量的にも LES とほぼ同じ結果が得られた。したがって、境界条件の設定の問題が解決されれば、 $k-\omega$ SST モデルでもエアリード楽器のシミュレーションが可能だと考えられる。

5 Lighthill の音源

この章では、エアリード楽器の音源となる流体音源について考察する [3, 5, 6, 17]。流体音源の空力音響学 (流体音響学) 的な定式化は、Lighthill によってなされた [17]。Lighthill は連続の式と Navier-Stokes 方程式を組み合わせる事で以下に示す様な方程式を導いた。

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - c^2 \nabla^2 \right) (\rho - \rho_0) = \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j}, \quad (2)$$

右辺の T_{ij} は、Lighthill のテンソルと呼ばれ、以下のように定義される。

$$T_{ij} = \rho v_i v_j + ((p - p_0) - c^2(\rho - \rho_0)) \delta_{ij} + \sigma_{ij}. \quad (3)$$

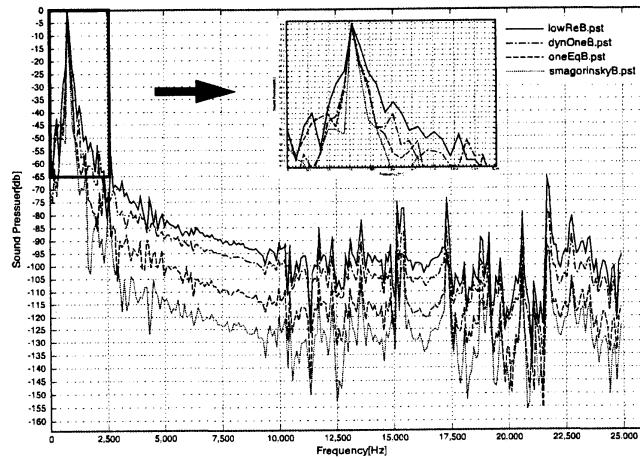


図 9: 他の LES ソルバーとの周波数スペクトルの比較.

ここで, c は音速, p_0 と ρ_0 は圧力 p と密度 ρ の平均値, σ_{ij} は粘性応力テンソルである.

Lighthill の方程式は, それ自身では閉じた方程式ではないが, 厳密な式である. 即ち, 流体の基礎方程式 (連続の式 + Navier-Stokes 方程式 + エネルギー方程式) から求めた解は, (2) 式を満たす. (2) 式の左辺は密度 ρ に対する波動方程式であるので, 右辺の非同次項は音源と解釈する事が出来る. 具体的に, 音源を計算するには, Lighthill のテンソル T_{ij} を計算し, その偏微分を取ればよい. したがって, 形式的にはあるが, Lighthill の方程式を使って流体の運動がどの様に音源になるかを調べる事ができる. このような理由で, Lighthill の音響学的類推と呼ばれることが多い.

密度のゆらぎが小さく線形断熱過程の条件 $(p - p_0) - c^2(\rho - \rho_0) = 0$ が成り立っていると考えると, (2) 式の左辺の波動方程式を, 圧力の波動方程式に置き換える事が出来る. また, Lighthill のテンソルの第 2 項はゼロとなる. さらに, Reynolds 数が比較的大きいと仮定すると, 粘性の効果も無視できる. その場合, Lighthill のテンソルの主要項は, (3) 式の右辺の第 1 項 $\rho v_i v_j$ である.

Lighthill の方程式 ((2) 式) の左辺を圧力の波動方程式に置き換えたものと, 非圧縮流体の圧力方程式 [16]

$$\nabla^2 p = -\rho_0 \frac{\partial^2 v_i v_j}{\partial x_i \partial x_j} \quad (4)$$

とを比べてみると面白い. 圧力方程式の右辺は, まさに Lighthill の音源項の第 1 項に対応している. 圧力方程式での圧力とその右辺の関係は, 静電場の電位と電荷の関係と同じである. 非圧縮流体では音速が無限大になるので, 音源である右辺で作られた圧力変動は瞬時に伝わり静的な圧力場を作り出す. これに対し, 圧縮流体では, 圧力変動は有限の速さ (音速) で伝わるので, 波動方程式 ((2) 式の左辺) を満たす. したがって, 音源となる Lighthill のテンソルの主要項は第 1 項であり, 他の項は圧縮性の為に発生する密度揺らぎが作り出した付加項であると考えられる.

実際の音源計算では, 密度の揺動による効果は小さいと仮定できるので, $\rho = \rho_0$, 即ち, $\text{div } v = 0$ とおいて, 非圧縮流体での音源を計算する事で十分良い近似が得られると考えられる. 二次元流体での音源項を計算すると以下ようになる.

$$\frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} \sim -2\rho_0 \left(\frac{\partial v_1}{\partial x_1} \frac{\partial v_2}{\partial x_2} - \frac{\partial v_2}{\partial x_1} \frac{\partial v_1}{\partial x_2} \right). \quad (5)$$

この式を用いて計算した図 6 の状態における Lighthill の音源分布を図 10 に示す。強い音源分布は、図 6(b) に示す流速分布で強い渦が存在する歌口近傍に見られる。これは、Powell-Howe の渦音理論の主張 “流体音の主な音源は運動する渦である” に数値的な裏付けを与えるものと考えられる [5, 6, 18].

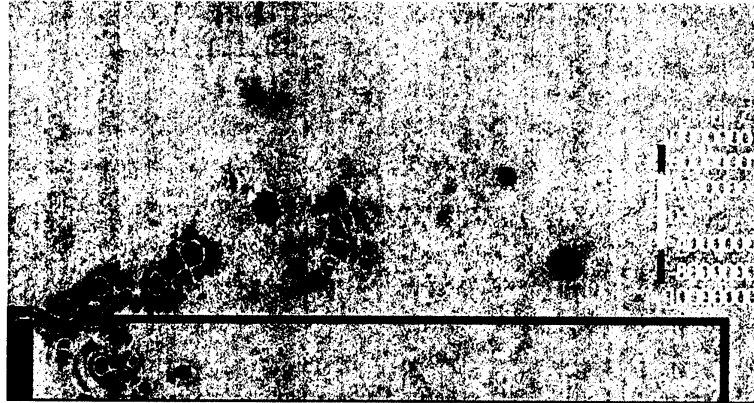


図 10: Lighthill の音源分布.

実際に楽器の音源となるのは、規則的な構造を持ち、規則的 (ほぼ周期的) に運動する強度の強い分布であると考えられる。そのような分布は、ノズルから流出する振動するジェットやジェットがエッジに衝突してできる渦が作り出す音源分布であると考えられる。一方、エッジのごく近傍等に見られる小さく複雑な構造を持つ音源分布から発する音波は、雑音的な高周波成分を作り出し、遠方ではアベレージアウトされ大きな寄与はしないと考えられる。

6 結論と考察

4章に示したように、圧縮性 LES および RANS を用いることで、エアリード楽器のシミュレーションは可能である。したがって、これらの方法で、流れと音波を同時に再現できるだけでなく、乱流からの音波の発生や逆に強い音波から流れへのフィードバック等の流れと音の相互作用も再現できると考えられる [7, 16]. LES および RANS では、ともに微小領域の運動に対し平滑化や統計的なアンサンブルを取り、高い波数成分を統計的な仮定のもとで近似する方法が取られる。したがって、DNS に比べると流体の微細構造の再現性には劣る。それではなぜ LES や RANS は有効な計算手段に成りうるのだろうか。以下、その問題について簡単な考察をしてみよう。

Kolmogorov により提唱された、乱流のエネルギースペクトルの統計理論によれば、エネルギースペクトルは、巨視的なエネルギー保有領域、中間の慣性領域、最下層のエネルギー散逸領域に分けられる [7, 16]. 乱流のエネルギーの大部分はエネルギー保有領域にあり、この領域では、流れは境界条件の影響を受けある種の時間的空間的な構造を持っていると考えられる。これに対し、慣性領域やエネルギー散逸領域の流れは一樣に乱雑で統計的な扱いが可能であると考えられる。LES や RANS は、エネルギー保有領域の流れは再現するが、慣性領域はエネルギー保有領域に近い一部が再現されているに過ぎない。

エアリード楽器では明確な音高を持つ音波が発振され、エッジトーンにおいてもある程度高さの分かる音が発振される。流体音は運動する流体を音源とするので、明確な音高を持つ音が発振

するためには、流体の運動に規則性がなければならない。流体の規則的な運動は、エネルギー保有領域で起き、この領域の流体運動がエアリード楽器やエッジトーンの主な音源になっていると考えるのは妥当である。一方、慣性領域やエネルギー散逸領域の流体運動が作り出す音は、高周波領域の雑音成分を作り出すと考えられる。したがって、LESやRANSは、エネルギー保有領域の流体運動をある程度巧く再現できるようにエアリード楽器の定常的な発振の再現に成功したと考えられる。

しかし、時間領域の振る舞いや制御の問題を考えると時には、慣性領域やエネルギー散逸領域で作り出される高周波成分の効果を無視できないであろう。例えば、管楽器の音色を決めるのは、定常発振状態の周波数成分だけでなく、音の立ち上がり等の過渡的な情報が重要であると言われている [1]。したがって、音の立ち上がりに高周波成分が何らかの影響を与えていると考えるのは自然である。また、楽器は、その制御パラメータを変化させる事で、音と音の遷移を作り出す事が可能である [1]。例えば、エアリード楽器では、ジェットの流れを速くすると、基音から倍音への遷移が起きる。音と音の遷移のしやすさ等にも高周波数成分が何らかの影響を与えるであろう。クラリネット等のリード木管楽器で見られる極めて複雑な遷移現象にも流体音の高周波成分が何らかの影響を与えているかも知れない [19, 20]。

最後に、LESやRANSでは統計的な仮定で近似される慣性領域やエネルギー散逸領域の乱流が作り出す高周波成分について、簡単に流体力学的な考察をしてこの小論を終わる。LESやRANSの場合、例えば、 $\mathbf{v} = \bar{\mathbf{v}} + \tilde{\mathbf{v}}$ のように流速をアンサンブル平均 $\bar{\mathbf{v}}$ と揺らぎ $\tilde{\mathbf{v}}_i$ に分けて考え、揺らぎの成分を統計的な仮定のもとで近似する [16]。そのとき Reynolds 応力 $R_{ij} = -\rho_0 \overline{\tilde{v}_i \tilde{v}_j}$ の効果を如何に巧く近似するかが問題となる。Reynolds 応力は Lighthill のテンソル ((3) 式) の第一項のアベレージを取ったものに対応する。Reynolds 応力の評価は、計算法により異なり、特に、壁近傍の近似ではいろいろな近似モデルが提案されている。したがって、壁近傍の細かな渦の構造と、それが作り出す雑音成分に、数値計算法による違いが現れると考えられる。LESやRANSにおける種々の計算法が真に妥当な方法であるかを議論するためには、この点について定量的な解析が必要になると考えられる。

謝辞

この研究は、科学研究費補助金挑戦的萌芽研究 (No.20654035) の支援を受けている。

参考文献

- [1] N.H.Fletcher and T.D.Rossing, '*The Physics of Musical Instruments*', 2nd Edition (Springer-Verlag, New York 1998).
- [2] J.W.Coltman, 'Sounding mechanism of the flute and organ pipe', J. Acoust. Soc. Am. **44** (1968) 983-992; 'Acoustics of the flute', Physics Today **21** (1968) 25-32; 'Jet driven mechanisms in edge tones and organ pipes', J. Acoust. Soc. Am. **60** (1976) 725-733; 'Momentum transfer in jet excitation of flute-like instruments', J. Acoust. Soc. Am. **69** (1981) 1164-1168.
- [3] 吉川茂, 和田仁編著, 日本音響学会編音響テクノロジーシリーズ10 '音源の流体音響学'(コロナ社, 2007)
- [4] G.B. Brown, 'The vortex motion causing edge tones', Proc. Phys. Soc., London **XLIX** (1937) 493-507.

- [5] M.S. Howe, 'Contributions to the theory of aerodynamic sound with application to excess jet noise and the theory of the flute', *J. Fluid Mech.* **71** (1975) 625-673.
- [6] M.S. Howe, '*Acoustics of Fluid-Structure Interactions*', (Cambridge Univ. Press, 1998).
- [7] C. Wagner, T. Hüttl, and P. Sagaut, eds. '*Large-Eddy Simulation for Acoustics*', (Cambridge, 2007).
- [8] 宮本真孝, 高見利也, 小林泰三, 西田晃, 青柳睦, 高橋公也, '圧縮性 LES を用いた小型エアリード楽器の数値解析', *音楽音響研究会資料* **28**, No.7 (2009) pp.7-12.
- [9] 高橋公也, 宮本真孝, 高見利也, 小林泰三, 西田晃, 青柳睦, 'エアリード楽器の発音機構: 流体と音の相互作用の解析', *数理解析研究所講究録 'オイラー方程式の数理: 渦運動と音波 150 年'* 出版予定
- [10] M. Miyamoto, Y. Ito, K. Takahashi, T. Takami, T. Kobayashi, A. Nishida, M. Aoyagi, 'Numerical study on sound vibration of an air-reed instrument with compressible LES', in preparation.
- [11] T. Kobayashi, T. Takami, M. Miyamoto, K. Takahashi, A. Nishida, M. Aoyagi, '3D Calculation with Compressible LES for Sound Vibration of Ocarina', *Open Source CFD International Conference 2009*(CD-ROM), November 12-13th, Barcelona, Spain(<http://arxiv.org/abs/0911.3567v1>).
- [12] <http://www.openfoam.com/>
- [13] J. Tsuchida, T. Fujisawa, G. Yagawa, "Direct numerical simulation of aerodynamic sounds by a compressible CFD scheme with node-by-node finite elements", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* **195** 1896-1910 (2006).
- [14] H. Kühnelt, 'Simulating and sound generation in flutes and flue pipes with the Lattice-Boltzmann-Method', *Proc. of ISMA 2004*, pp.251-254 (Nara, Japan, 2004)
- [15] A. R. da Silva and G. P. Scavone, 'Lattice Boltzmann simulations of the acoustic radiation from waveguides', *J. Phys. A* **40** (2007) pp.397-408.
- [16] 木田重雄, 柳瀬眞一郎, '乱流力学', (朝倉書店, 1999)
- [17] M.J. Lighthill, 'On sound generated aerodynamically. Part I: General theory', *Proc. Roy. Soc. London* **A211** (1952) 564-587.
- [18] A. Powell, 'Theory of vortex sound', *J. Acoust. Soc. Am.* **33** (1964) 177-195.
- [19] T. Idogawa, T. Kobata, K. Komuro, and M. Iwaki, 'Nonlinear vibrations in the air column of a clarinet artificially blown' *J. Acoust. Soc. Am.* **98** (1993) 540-551.
- [20] K. Takahashi, H. Kodama, A. Nakajima and T. Tachibana, 'Numerical study on multi-stable oscillations of woodwind single-reed instruments', *Acta Acustica united with Acustica* **95** (2009) 1123-1139.